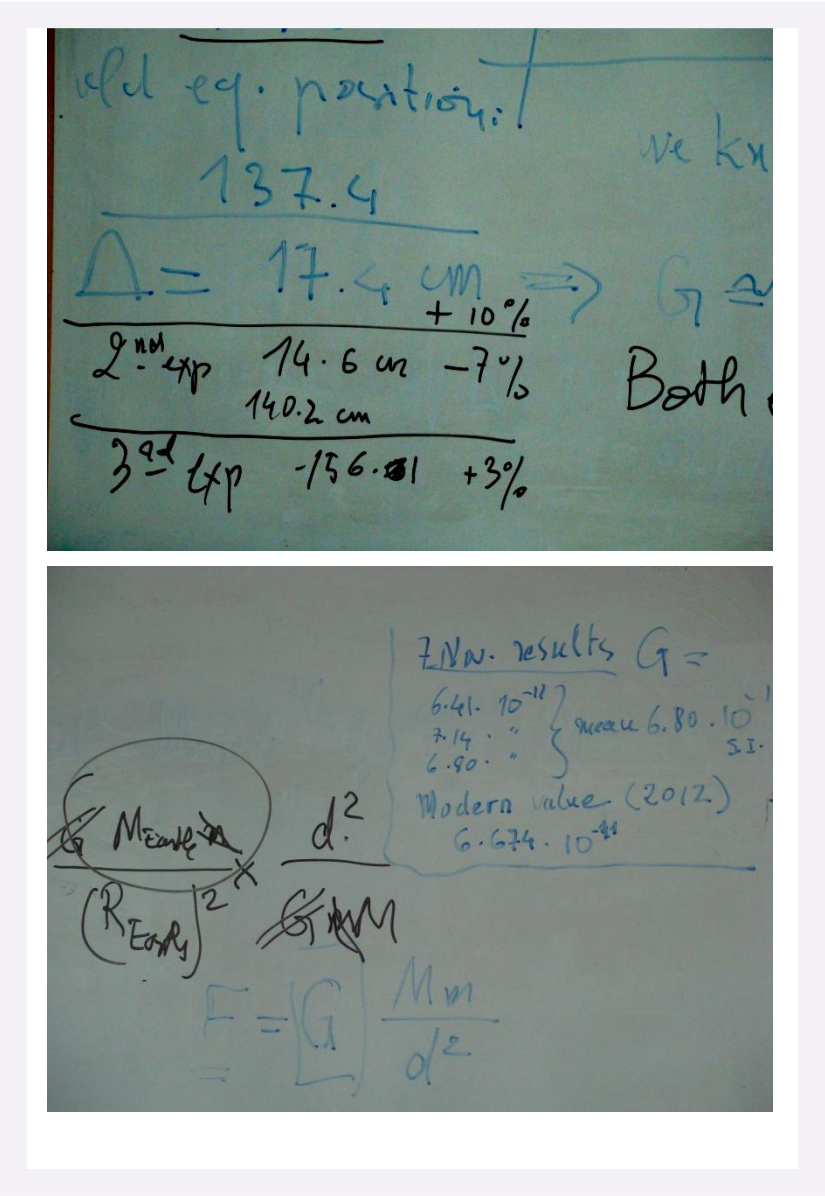
«Ζυγίζοντας τη γη»

Τελικά…, η γη ζυγίστηκε με ακρίβεια μεγαλύτερη του 3%, όπως αποκαλύπτουν τα στιγμιότυπα των πειραματικών σημειώσεων που καταγράφουν οι παρακάτω φωτογραφίες (εικ.1) και τα αποτελέσματα που παρατίθενται στην τελευταία σελίδα του παρόντος κειμένου. Το πείραμα πραγματοποιήθηκε από την Τρίτη 6 μέχρι και την Πέμπτη 8 Νοεμβρίου 2012 στο εργαστήριο φυσικών επιστημών του 1^{ου} Λυκείου Βριλησσίων και το παρακολούθησαν 100 περίπου μαθητές όλων των τάξεων του σχολείου (εικ.2).



Εικ.1: Στιγμιότυπο από τον πίνακα μετρήσεων και υπολογισμών του πειράματος του Cavendish στο εργαστήριο του 1^{ου} Λυκείου Βριλησσίων. Όπως φαίνεται, τα πειραματικά αποτελέσματα της συγκριμένης ημέρας εμφάνιζαν σφάλμα μικρότερο του 10% ενώ η καλύτερη από τις μετρήσεις μας εμφάνιζε απόκλιση από την επιστημονικά αποδεκτή τιμή 3%.

Εικ.2: Στιγμιότυπα από τη διδασκαλία του πειράματος από τον καθηγητή Pierre Lauginie στους μαθητές του Λυκείου. α) Ανάλυση των αποτελεσμάτων β) εξήγηση της λειτουργίας του ζυγού στρέψης.

Το στήσιμο του πειράματος άρχισε την Δευτέρα 5 Νοεμβρίου και διήρκεσε αρκετές ώρες. «Πρωταγωνίστρια των μετρήσεων» ήταν μια μικρή ζυγαριά – ένας πολύ ευαίσθητος ζυγός στρέψεως, οι μικροσκοπικές σφαίρες του οποίου έλκονταν από δύο σφαίρες πολλαπλάσιας μάζας που τοποθετούνταν κοντά στις πρώτες.

Η μετατόπιση των μεγάλων σφαιρών δημιουργούσε ταλάντωση στο ζυγό στρέψης. Η ταλάντωση αυτή μπορούσε να μελετηθεί με την προβολή στον τοίχο ενός σήματος laser που είχε προηγουμένως ανακλαστεί από καθρέφτη προσαρμοσμένο στο ζυγό στρέψης με τρόπο, ώστε αυτός να δεικνύει τη θέση του κατακόρυφου επιπέδου του ζυγού.

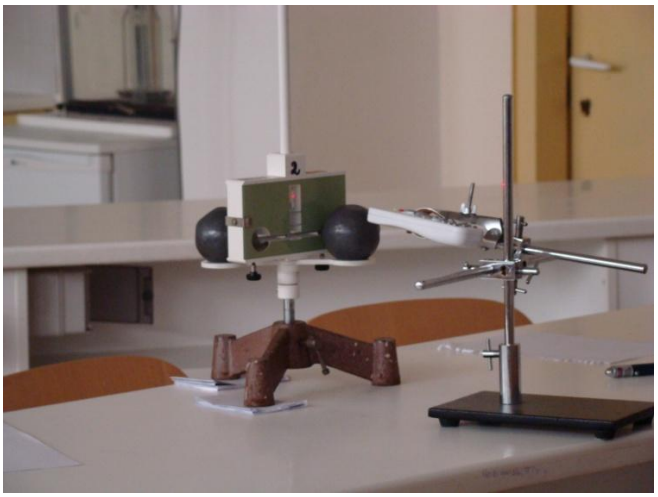
Η συσκευή έπρεπε να στηθεί σε συγκεκριμένη απόσταση από τον τοίχο και με τρόπο, ώστε να εξασφαλιστεί η σταθερότητα της βάσης στήριξης και το οριζόντιο επίπεδό της. Επίσης, έπρεπε να παραμείνει σε απόλυτη ηρεμία για περισσότερες από δώδεκα ώρες προτού αρχίσουν οι μετρήσεις.

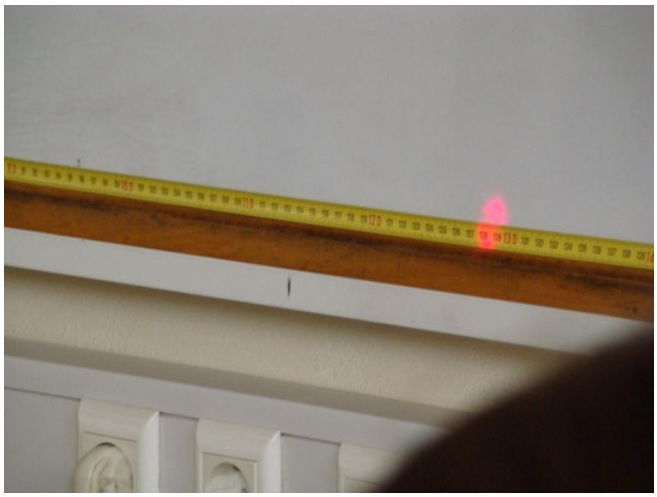
Οι ομάδες των μαθητών που παρακολουθούσαν το πείραμα δεν μπορούσαν να είναι μεγαλύτερες των δέκα - δώδεκα ατόμων, γιατί η μάζα του ακροατηρίου μπορούσε να επηρεάσει τον ευαίσθητο βαρυτικό ζυγό του πειράματος και επομένως και το αποτέλεσμα της μέτρησης.

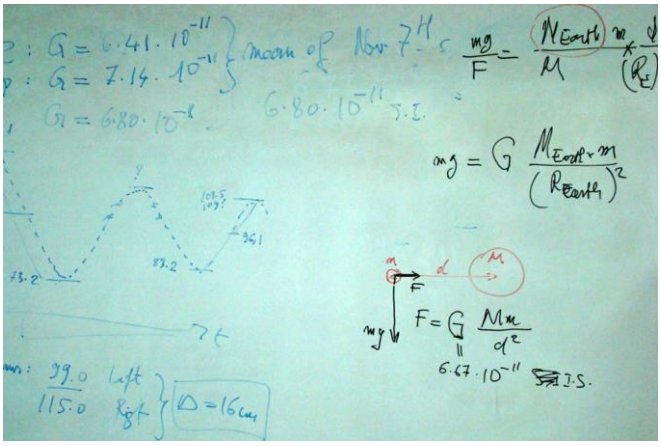
Το πείραμα επαναλήφθηκε αρκετές φορές για τις διαφορετικές ομάδες μαθητών και εκπαιδευτικών που σχηματίστηκαν.

Εικ.3: Το σύστημα ζυγού – laser, όπως καταφέραμε να το στήσουμε στο εργαστήριο του σχολείου.

Η πειραματική διαδικασία διαρκούσε περίπου 45 λεπτά. Μέσα σε αυτό το χρονικό διάστημα, δινόταν σύντομη εξήγηση του πειράματος και μετριόταν η απόκλιση από τη θέση ισορροπίας της φάλαγγας του ζυγού στρέψης, η οποία είχε προκληθεί από την αμοιβαία έλξη μεταξύ των μικρών και των μεγάλων σφαιρών. Για να μετρηθεί η απόκλιση αυτή, οι μεγάλες σφαίρες τοποθετούνταν αρχικά σε κάποια θέση απ' όπου, ασκώντας έλξη προς τις μικρές δημιουργούσαν ταλάντωση στο ζυγό, η οποία είχε περίοδο 10 λεπτά. Μέσα σε 20 περίπου λεπτά μπορούσε να διαφανεί η νέα θέση ισορροπίας του ζυγού στρέψης για τη συγκεκριμένη θέση των μεγάλων σφαιρών. Στη συνέχεια οι μεγάλες σφαίρες τοποθετούνταν σε θέση συμμετρική ως προς την προηγούμενη και η διαδικασία της ταλάντωσης του ζυγού και της αποκατάστασης της ισορροπίας επαναλαμβανόταν. Από την γωνία που σχημάτιζαν οι δύο αυτές θέσεις ισορροπίας του ζυγού προέκυπτε ο υπολογισμός της δύναμης που ασκούνταν ανάμεσα στις μικρές και τις μεγάλες σφαίρες, η οποία μπορούσε να οδηγήσει με τη σειρά της στον υπολογισμό της μάζας και της πυκνότητας και της Γης, όπως και στον υπολογισμό της παγκόσμιας σταθεράς της βαρύτητας.



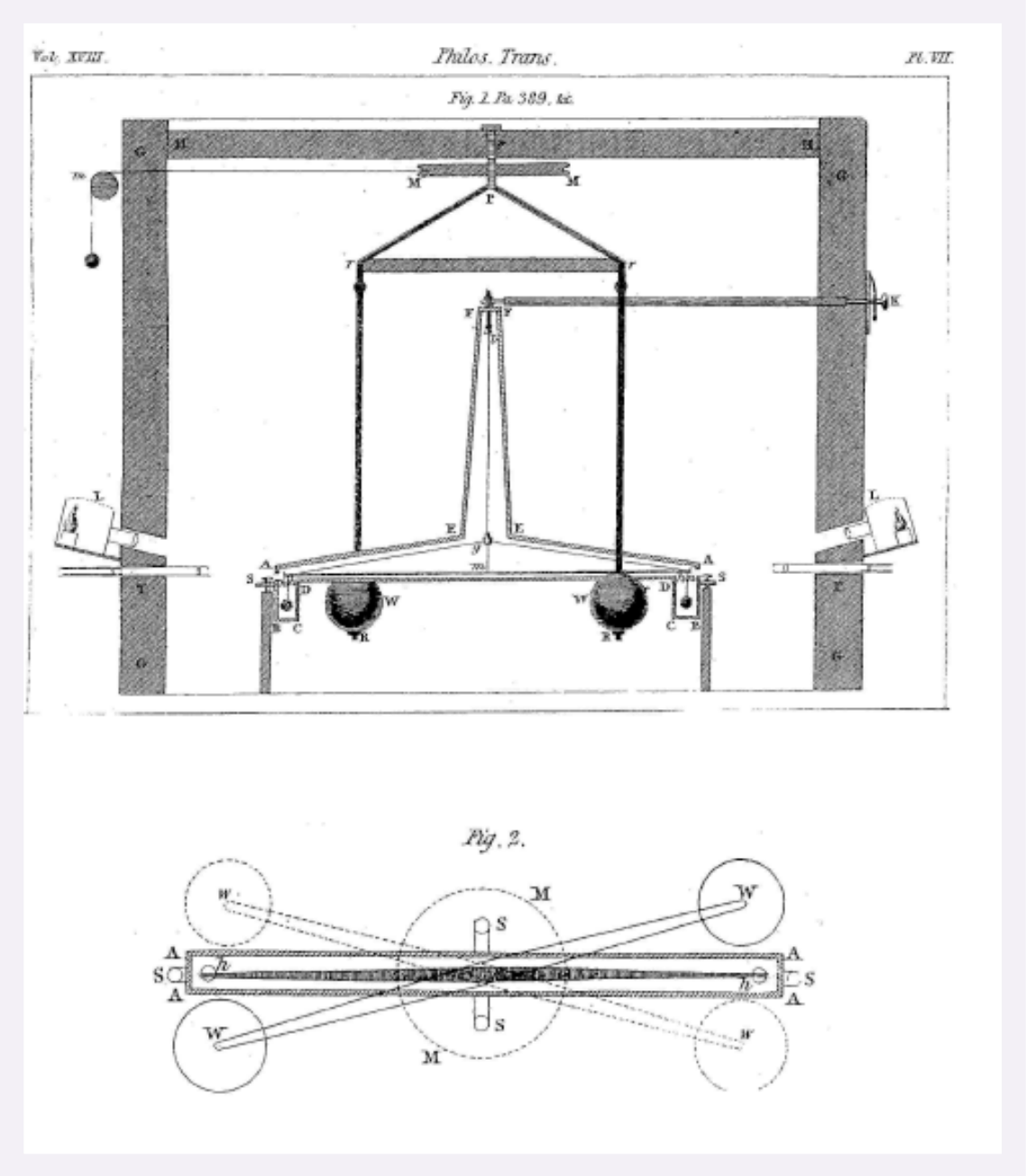




Εικ.4: Πειραματικές μετρήσεις και πίνακας υπολογισμών.

Σχέδια και εξήγηση του πειράματος

Στην εικόνα 5 φαίνεται το σχέδιο του πρωτότυπου ζυγού του Cavendish, που κατασκευάστηκε το 1798.



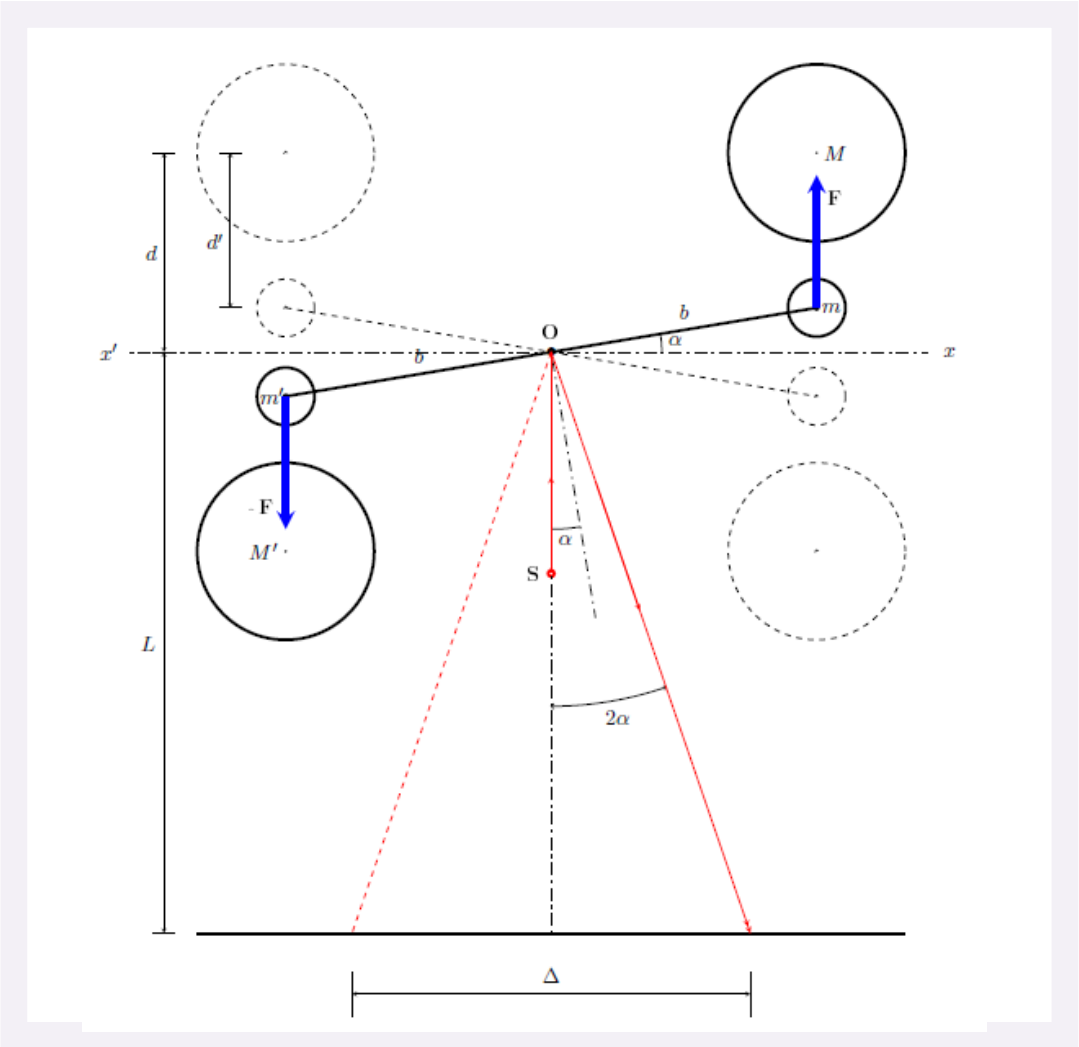
Εικόνα 5. Η βαρυτική ζυγαριά του Cavendish (ιστορικό σχέδιο). Το κάτω σχέδιο είναι κάτοψη της ζυγαριάς. Μέσα σε ένα δωμάτιο από μαόνι, δύο μάζες ελέγχου 730 g, ας τις ονομάσουμε «σφαίρες» και διαμέτρου 2 ιντσών κρέμονται στις άκρες μιας φάλαγγας ζυγού μήκους 6 ποδών. Η ίδια η φάλαγγα αιωρείται σε οριζόντιο επίπεδο με τη βοήθεια ενός λεπτού νήματος μήκους ενός περίπου μέτρου. Δύο βαριές σφαίρες από μολύβι W-W διαμέτρου ενός ποδιού (δώδεκα ιντσών) και μάζας 158 kg, που μπορούν να κινηθούν εξωτερικά του προηγούμενου εκκρεμούς, μπορούν να πλησιάσουν τις μικρές σφαίρες με τέτοιο τρόπο ώστε η έλξη μεταξύ αυτών και των μικρών σφαιρών να εκτρέψει τη φάλαγγα. Από τη συνολική εκτροπή της φάλαγγας ανάμεσα σε δύο συμμετρικές θέσεις των βαρών (W-W και w-w), εξάγουμε τη δύναμη της αμοιβαίας έλξης μεταξύ των σφαιρών και των βαρών.

Στην εικόνα 6 φαίνεται η αναπαράσταση του ιστορικού πειράματος του Cavendish, όπως έχει γίνει από το Μουσείο Φυσικών Επιστημών του Λονδίνου, ενώ η εικόνα 7 δίνει κατασκευαστικές λεπτομέρειες του διδακτικού μοντέλου που χρησιμοποιήσαμε στην τάξη για να αναπαραστήσουμε το ίδιο πείραμα.

Εικόνα 6. Μακέτα σε κλίμακα ½ της πρωτότυπης συσκευής του Cavendish στο Μουσείο Φυσικών Επιστημών του Λονδίνου.

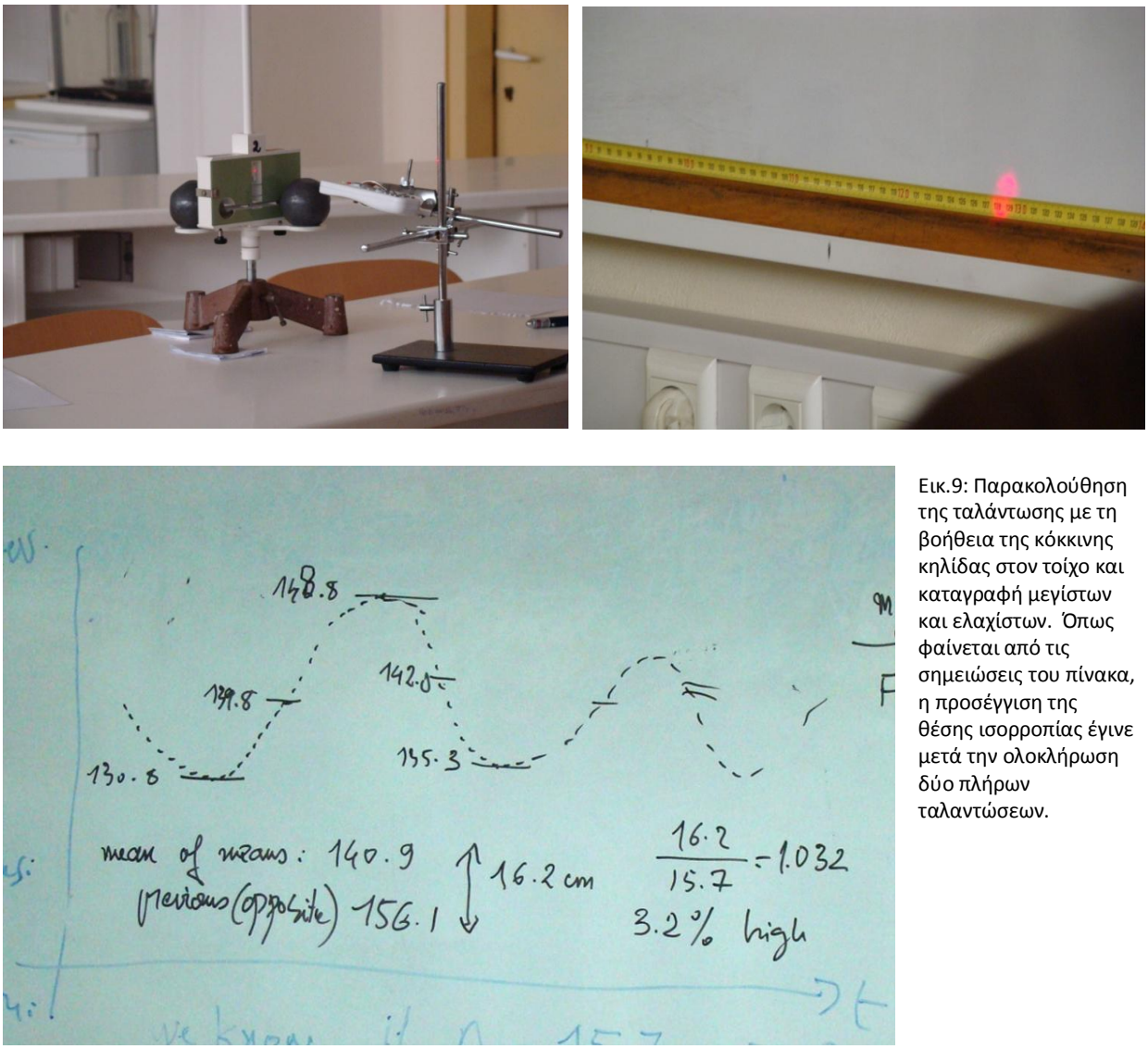
Εικόνα 7. Μοντέλο του ζυγού του Cavendish για διδακτική χρήση (κατασκευής Leybold). Μήκος φάλαγγας: 2b=10cm. Μάζα των μεγάλων σφαιρών 1,5kg. Μάζα των μικρών σφαιρών 15g. Μήκος του νήματος 25 cm. Περίοδος ελεύθερων ταλαντώσεων της φάλαγγας του ζυγού στρέψης: περίπου 10 min. Ένας μικρός καθρέφτης προσαρμοσμένος στη φάλαγγα του ζυγού στρέψης (ορατός στη φωτογραφία) επιτρέπει να μετρήσουμε την απόκλιση της φάλαγγας…

Στην εικόνα 8 φαίνεται ο τρόπος μέτρησης που εφαρμόζεται κατά το πείραμα. Αφού προσδιοριστούν οι δύο θέσεις στις οποίες ισορροπεί η φάλαγγα, όταν δέχεται την βαρυτική επίδραση των μεγάλων σφαιρών, μετριέται η απόσταση Δ, που είναι το ευθύγραμμο τμήμα που σχηματίζεται από τα δύο στίγματα που αφήνει στον τοίχο η φωτεινή δέσμη laser που έχει προκύψει από ανάκλαση πάνω στον καθρέπτη Ο στις δύο αυτές θέσεις ισορροπίας του ζυγού στρέψης.



Εικόνα 8. Το μοντέλο του ζυγού του Cavendish για διδακτική χρήση ιδωμένο από πάνω. Το σημείο Ο είναι το σημείο εξάρτησης της φάλαγγας του ζυγού στρέψης από το νήμα. Παρατηρείται ότι υπό την επίδραση των μεγάλων σφαιρών, η φάλαγγα του ζυγού έχει στραφεί κατά γωνία α μετά την αποκατάσταση της ισορροπίας του συστήματος. Τοποθετώντας τις μεγάλες σφαίρες σε συμμετρική θέση (που φαίνεται με διακεκομμένες γραμμές στο σχήμα) παρατηρούμε απόκλιση από τη θέση ισορροπίας προς την αντίθετη αυτή τη φορά κατεύθυνση. Η πηγή φωτός S στέλνει μια φωτεινή ακτίνα (κόκκινου) φωτός η οποία ανακλώμενη στο σημείο Ο σε μικρό καθρέφτη προσαρμοσμένο πάνω στη φάλαγγα αποκλίνει κατά γωνία 2α από την ακτίνα που εκπέμπονταν κατά την αρχική θέση ισορροπίας του ζυγού και πέφτει πάνω στον τοίχο που απέχει απόσταση L από τον ζυγό. Καθώς η γωνία α είναι μικρή (<0,5°), η απόσταση Δ ανάμεσα στις φωτεινές κηλίδες που αντιστοιχούν στις δύο συμμετρικές θέσεις των μεγάλων σφαιρών δίνεται από τη σχέση 2α = (Δ/2)/L. Στο σχήμα, η γωνία α έχει σκόπιμα αναπαρασταθεί με μεγαλύτερη τιμή από την πραγματικά παρατηρούμενη για λόγους ευκολίας ανάγνωσης του σχήματος. Μετράμε το Δ και υπολογίζουμε την γωνία α ως α=Δ/4L. Από τον κατασκευαστή δίνονται οι τιμές: m = 15 g, M=1,5 kg, b= Om= 5 cm, d=4,65 cm.

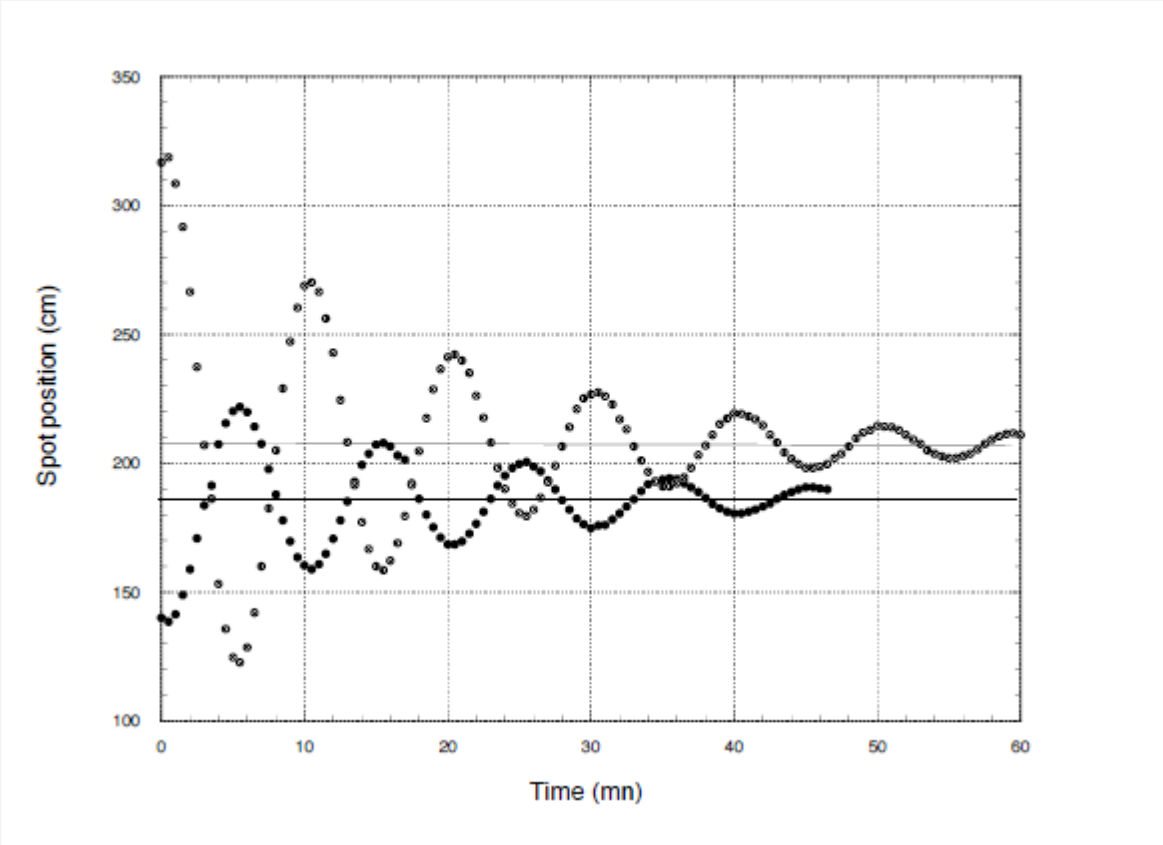
Αν, ωστόσο, περιμέναμε να αποκατασταθεί αποσβεσθεί πλήρως η κάθε μια από τις δύο ταλαντώσεις, το πείραμα θα χρειαζόταν πολύ περισσότερο χρόνο, για να ολοκληρωθεί. Για να επισπεύσουμε τη διαδικασία υπολογίσαμε προσεγγιστικά την απόσταση Δ, αφήνοντας τον ζυγό στρέψης να διατρέξει δύο πλήρεις ταλαντώσεις, που διαμέσου του ίχνους του laser στον τοίχο παρακολουθήσαμε. Με τη βοήθεια προσαρμοσμένου στον πίνακα μέτρου καταγράψαμε τις θέσεις δύο διαδοχικών μεγίστων και ελαχίστων και με βάση αυτές προβλέψαμε τη το σημείο που η φωτεινή κηλίδα θα σταματούσε, όταν θα αποκαθίστατο η ισορροπία για την κάθε μια από τις δύο ταλαντώσεις. Η διαδικασία αυτή φαίνεται στην εικόνα 9.



Εικ.9: Παρακολούθηση της ταλάντωσης με τη βοήθεια της κόκκινης κηλίδας στον τοίχο και καταγραφή μεγίστων και ελαχίστων. Όπως φαίνεται από τις σημειώσεις του πίνακα, η προσέγγιση της θέσης ισορροπίας έγινε μετά την ολοκλήρωση δύο πλήρων ταλαντώσεων.

Στην εικόνα 10, φαίνεται η προσέγγιση της θέσης ισορροπίας μέσα από λεπτομερέστερη διαδικασία μετρήσεων, σε ένα πείραμα που είχε τη

δυνατότητα να διαρκέσει 2 περίπου ώρες και έγινε στο Πανεπιστήμιο του Orsay στη Γαλλία. Για τον υπολογισμό των θέσεων ισορροπίας και του Δ, είχαν πραγματοποιηθεί για την καθεμία από τις δύο συμμετρικές θέσεις των μεγάλων σφαιρών 6 πλήρεις ταλαντώσεις του ζυγού στρέψης και είχαν καταγραφεί οι θέσεις της κηλίδας στον τοίχο, για 6 διαδοχικά μέγιστα και ελάχιστα.



Εικόνα 9: Το γράφημα παριστά τις ταλαντώσεις της κηλίδος πάνω στον τοίχο, για καθεμία από τις συμμετρικές θέσεις των μεγάλων σφαιρών. Στο συγκεκριμένο πείραμα, η συσκευή είχε τοποθετηθεί σε απόσταση 7,25 m από τον τοίχο. Οι δύο οριζόντιες γραμμές αντιπροσωπεύουν τη θέση ισορροπίας σε κάθε μια από τις δύο θέσεις. Η θέση ισορροπίας προκύπτει από την ανάλυση των διαδοχικών μεγίστων και ελαχίστων (μέσος όρος των μέσων όρων των διαδοχικών μεγίστων και ελαχίστων). Αυτές οι δύο θέσεις ισορροπίας παρουσιάζουν, σε αυτή την περίπτωση, απόσταση Δ = 21,6 cm, μια τιμή εύκολα μετρήσιμη. Εδώ θα πρέπει να σημειώσουμε τον εκθετικό τρόπο απόσβεσης των ταλαντώσεων (όπως έχει με ακρίβεια ελεγχθεί), όπως αναμένεται σύμφωνα με τον γραμμικό νόμο ιξώδους τριβής στον αέρα, που ισχύει στις πολύ χαμηλές ταχύτητες που αναπτύσσουν οι μικρές σφαίρες (της τάξης του μm ανά sec).

Υπολογισμοί:

1. **Υπολογισμός της δύναμης έλξης μεταξύ μικρών και μεγάλων σφαιρών:**
   Η εξίσωση ισορροπίας του ζυγού στρέψης δίνεται από τη σχέση που εκφράζει τη ροπή του ζεύγους δυνάμεων που σχηματίζεται :

$$2\,F \cdot b = C\,\alpha \qquad (1)$$

όπου F βαρυτική δύναμη έλξης ανάμεσα στις δύο σφαίρες, b=μήκος φάλαγγας του ζυγού, C σταθερά του ζυγού στρέψης, και α= γωνία απόκλισης από την αρχική θέση ισορροπίας. Επειδή α=Δ/4L, όπου L=απόσταση του ζυγού από τον τοίχο (βλ.εικ.8), προκύπτει:

$$2\,F \cdot b = C \cdot \frac{\Delta}{4L} \qquad (2)$$

Η σταθερά του ζυγού στρέψης συνδέεται με την περίοδο ελεύθερης ταλάντωσης της φάλαγγας του ζυγού όπως δείχνει ο τύπος (3):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}} \qquad (3)$$

Όπου I= η ροπή αδρανείας του ζυγού, η οποία βρίσκεται πρακτικά ίση με $2mb^2$, όπου m=μάζα μικρών σφαιρών. Οπότε από τη σχέση (3) προκύπτει:

$$C = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot 2m\,b^2 \qquad (4)$$

Έτσι, η εξίσωση της ισορροπίας γράφεται:

$$2\,F \cdot b = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot 2m\,b^2 \cdot \frac{\Delta}{4L}$$

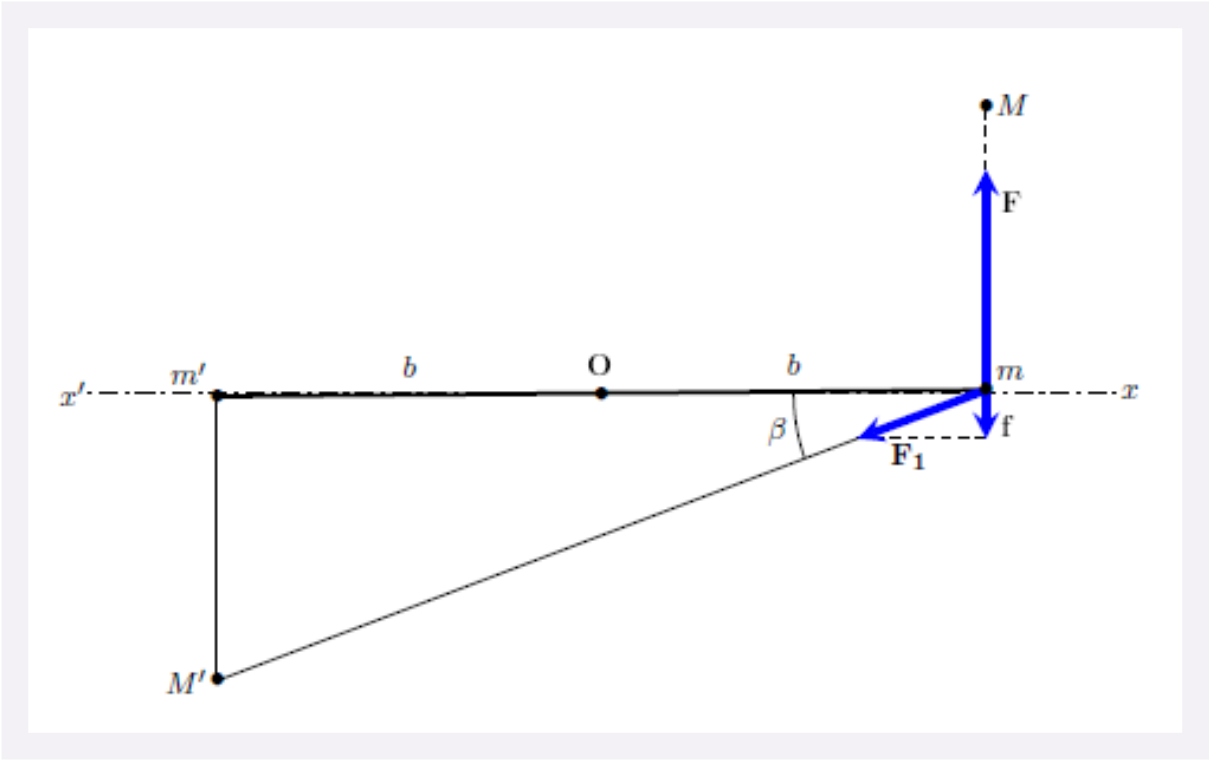
απ' όπου μπορεί να υπολογιστεί η δύναμη F:

$$F = \frac{\pi^2}{T^2} \cdot mb \cdot \frac{\Delta}{L} \qquad (5)$$

2. Διόρθωση της δύναμης F:

Η σχέση ανάμεσα στη δύναμη F και στην απόσταση Δ θα πρέπει να υποστεί μια μικρή διόρθωση, η οποία, όπως φαίνεται στην εικόνα 11, οφείλεται στην έλξη που ασκεί στη μικρή σφαίρα m, όχι η μεγάλη σφαίρα M, αλλά η απέναντι μεγάλη σφαίρα M'. Έτσι, στην πραγματικότητα, η δύναμη F που υπολογίζουμε είναι η δύναμη F-f, όπου f είναι η συνιστώσα πάνω στη διεύθυνση mM, της δύναμης F_1 που ασκείται ανάμεσα στη σφαίρα m και την σφαίρα M'.

Στο σχήμα της εικόνας 11, σε αντίθεση με το σχήμα της εικόνας 8, έχουν δοθεί πραγματικές τιμές στη γωνία α (α<5°), πράγμα που καθιστά την απόκλιση της φάλαγγας του ζυγού μετά βίας ορατή στο σχήμα και το τρίγωνο mm'M πρακτικά ορθογώνιο στο m'.



Εικόνα 11: Διόρθωση της δύναμης που μετριέται. Η δύναμη που μετριέται είναι F-f, ενώ η δύναμη που θέλουμε να προσδιορίσουμε είναι η F. Η γωνία α κατά την οποία έχει στραφεί η φάλαγγα του ζυγού στρέψης, η οποία απεικονίζεται εδώ με πραγματικές τιμές (<0,5°), είναι μετά βίας ορατή το σχήμα. Οπότε προκύπτει ότι το τρίγωνο mm'M' είναι πρακτικά ορθογώνιο στο m'.

Εάν επομένως:

$$\frac{F}{f} = \varepsilon \qquad (6)$$

η δύναμη F μπορεί να υπολογιστεί από την αντικατάσταση της αρχικής εξίσωσης ισορροπίας (1) από τη σχέση:

$$2F(1-\varepsilon)\cdot b = C\alpha$$

ή τη σχέση:

$$2F\cdot b = C\cdot\alpha\cdot\frac{1}{1-\varepsilon} \qquad (7)$$

Όμοια, η τελική σχέση (5), διορθωμένη, θα έχει τη μορφή της εξίσωσης (8), στην οποία θα βασιστούν τελικά οι υπολογισμοί μας:

$$F = \frac{\pi^2}{T^2}\cdot mb\cdot\frac{\Delta}{L}\cdot\frac{1}{1-\varepsilon} \qquad (8)$$

Για τον συγκεκριμένο ζυγό που χρησιμοποιήσαμε έχει υπολογιστεί ότι:

$$\varepsilon = 0,0734 \qquad 1-\varepsilon = 0,927 \qquad \frac{1}{1-\varepsilon} = 1,079$$

απ' όπου προκύπτει ότι η διόρθωση της τάξης του 8% που πρέπει να υποστεί η δύναμη F δεν μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

3. Η τάξη μεγέθους της σχετικής προς το βάρος δύναμης F

Η απόλυτη τιμή της δύναμης F είναι ιδιαίτερα μικρή και δεν έχει τόσο ενδιαφέρον ως μέγεθος, όσο το πηλίκο της ίδιας δύναμης προς το βάρος της μικρής σφαίρας, που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{F}{mg} = \frac{1}{g} \cdot \frac{\pi^2}{T^2} \cdot b \cdot \frac{\Delta}{L} \cdot \frac{1}{1-\varepsilon} \qquad (9)$$

Η σχέση (9) συνοψίζει όλη τη φυσική του πειράματος και η τιμή της μπορεί να θεωρηθεί το βασικό αποτέλεσμα μέτρησης που εκτελέσαμε. Η αντίστροφη της σχέσης (9) η οποία επίσης θα μας χρησιμεύσει δίνεται από την εξίσωση:

$$\frac{mg}{F} = \frac{g\,T^2}{\pi^2\,b} \cdot \frac{L}{\Delta} \cdot (1-\varepsilon) \qquad (10)$$

Προκειμένου να υπολογίσουμε την τάξη μεγέθους του F/mg, θέτουμε την περίοδο της ταλάντωσης 10 min ή 600 sec (όπως υποδεικνύουν οι πειραματικές μετρήσεις). Θέτοντας ακόμη την απόσταση Δ ίση με 31,3 cm για απόσταση από τον τοίχο είναι 10 m (η τιμή αυτή, όπως θα φανεί παρακάτω, δεν έχει επιλεγεί τυχαία) και b=5cm (όπως δίνεται από τον κατασκευαστή), προκύπτει:

$$\frac{F}{mg} = \frac{1}{2,12 \cdot 10^8} \qquad (11)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (11), η δύναμη που προσπαθούμε να προσδιορίσουμε είναι μικρότερη κατά τάξη μεγέθους $2,12 \cdot 10^{-8}$ φορών συγκρινόμενη προς το βάρος της μικρής σφαίρας, και ο προσδιορισμός της δύναμης αυτής απαιτεί αντίστοιχη δυνατότητα ακρίβειας του οργάνου. Έτσι ένας μη ειδικά κατασκευασμένος ζυγός δεν θα μπορούσε ποτέ να προσφέρει τη δυνατότητα αντίστοιχης μέτρησης.

4. «Ζυγίζοντας» τη γη:

Στόχος του πειράματός μας στο σχολείο είναι όπως ακριβώς ήταν και τον 18^{ο} αιώνα να μετρηθεί η μάζα της γης M_T (προκειμένου να υπολογιστεί η πυκνότητά της). Στον τύπο που θα χρησιμοποιήσουμε για τον υπολογισμό θα εισάγουμε το μέγεθος της επιτάχυνσης της βαρύτητας g. Όπως στην εποχή μας, έτσι και στην εποχή του Cavendish ήταν γνωστό ότι το μέγεθος αυτό μπορούσε να υπολογιστεί με τη βοήθεια των ελεύθερων ταλαντώσεων μικρού πλάτους ενός απλού εκκρεμούς ή να μετρηθεί κατά τη διάρκεια ελεύθερης πτώσης κάποιου σώματος.

Σύμφωνα όμως με τον νόμο της παγκόσμιας έλξης το πηλίκο των δυνάμεων F/mg που ασκούνται στη μικρή σφαίρα, το οποίο έχει υπολογιστεί πειραματικά με τη βοήθεια της σχέσης (9) είναι ίσο με το πηλίκο των μαζών M/M_T που προκαλούν τις δυνάμεις αυτές πολλαπλασιασμένο με το τετράγωνο του αντιστρόφου των αποστάσεων που οι μάζες αυτές έχουν από τη μικρή σφαίρα. Ισχύει δηλαδή ότι:

$$\frac{F}{mg} = \frac{M}{M_T} \cdot (\frac{R_T}{d})^2 \qquad (12)$$

όπου, d= η απόσταση του κέντρου της μικρής από τη μεγάλη σφαίρα =4,65 cm (από τον κατασκευαστή), M_T = η μάζα της Γης, R_T = η ακτίνα της γης (η μέση τιμή της είναι 6370 km).

Από τη σχέση (12) υπολογίζουμε τη μάζα της Γης:

$$M_T = \frac{mg}{F} \cdot M \cdot (\frac{R_T}{d})^2 \qquad (13),$$

όπως και την πυκνότητά της $\rho = M_T/V$ (χρησιμοποιώντας τον τύπο που δίνει τον όγκο της σφαίρας $V=4/3\ \pi \cdot R^3$). Ισχύει δηλαδή ότι:

$$\rho = \frac{mg}{F} \cdot M \cdot \frac{3}{d^2} \cdot \frac{1}{4\pi R_T} \qquad (14),$$

Όπου το πηλίκο mg/F είναι το αποτέλεσμα της πειραματικής μέτρησης που έχει προκύψει σύμφωνα με τη σχέση (10). Χρησιμοποιώντας το πειραματικό αποτέλεσμα για το Δ που προαναφέραμε (31,3 cm για απόσταση L=10m) προκύπτει ότι το πηλίκο mg/F είναι της τάξης του $2{,}12 \cdot 10^8$. Αυτό δίνει ως αποτέλεσμα του υπολογισμού της σχετικής προς το νερό πυκνότητας της γης την τιμή 5,51 (ο Cavendish είχε βρει αντίστοιχα 5,48 ενώ η επιστημονικά αποδεκτή τιμή σήμερα είναι 5,515).

5. Υπολογίζοντας τη σταθερά της βαρύτητας:

Στις σχέσεις που μέχρι εδώ χρησιμοποιήσαμε δεν υπάρχει πουθενά η έννοια της παγκόσμιας σταθεράς της βαρύτητας, όπως αυτή δεν υπήρχε και στη φυσική που χρησιμοποίησε ο Cavendish. Ωστόσο, σύμφωνα με τον νόμο της παγκόσμιας έλξης, όπως αυτός εκφράζεται από τη σύγχρονη φυσική ισχύει ότι:

$$F = G\frac{Mm}{d^2} \qquad (15).$$

Παρόλο που το ιστορικό πείραμα δεν περιελάμβανε κάτι τέτοιο, η συσκευή μας είναι σε θέση να προσδιορίσει την τιμή της παγκόσμιας σταθεράς της βαρύτητας, που προκύπτει αν αντικαταστήσουμε το F με το ισοδύναμό του που φαίνεται στην εξίσωση (8). Τότε προκύπτει:

$$G = \frac{d^2}{M} \cdot \frac{\pi^2}{T^2} \cdot b \cdot \frac{\Delta}{L} \cdot \frac{1}{1-\varepsilon} \qquad (15).$$

Αν θέσουμε ως T=600 sec, Δ=31,3 cm για L=10m, βγάζουμε ως αποτέλεσμα την επιστημονικά αποδεκτή τιμή για το $G=6{,}67 \cdot 10^{-11}$ S.I.

6. Οι μετρήσεις στο εργαστήριο του σχολείου:

Στο δικό μας πείραμα η απόσταση από τον τοίχο ήταν 5,10 cm. Για την απόσταση αυτή η επιστημονικά αποδεκτή τιμή του G προκύπτει όταν το Δ βρίσκεται 16,0 cm.

Ορισμένες από τις δικές μας μετρήσεις που πρόλαβαν να καταγραφούν στο σημειωματάριο του καθηγητή Pierre Lauginie (αλλά όπως μαρτυρά ο πίνακας της εικόνας 1 δεν ήταν οι μόνες) είναι οι ακόλουθες:

Τρίτη 6 Νοεμβρίου 2012:
Δ=16,7 cm,
οπότε
$G=6{,}96 \cdot 10^{-11}$ S.I., που σημαίνει 4% πάνω από την αναμενόμενη τιμή.

Τετάρτη 7 Νοεμβρίου 2012* (1η μέτρηση)*:
Δ=16,8 cm,
οπότε
$G=7{,}00 \cdot 10^{-11}$ S.I., που σημαίνει 5% πάνω από την αναμενόμενη τιμή.

Τετάρτη 7 Νοεμβρίου 2012* (2η μέτρηση)*:
Δ=15 cm,
οπότε
$G=6{,}25 \cdot 10^{-11}$ S.I., που σημαίνει~6% κάτω από την αναμενόμενη τιμή.

Πέμπτη 8 Νοεμβρίου 2012
Δ=14,5 cm,

οπότε
$G=6,04 \cdot 10^{-11}$ S.I., που σημαίνει 9,4% κάτω από την αναμενόμενη τιμή.

ΜΟ όλων των παραπάνω μετρήσεων:
Δ=15,75 cm,
οπότε
$G=6,57 \cdot 10^{-11}$ S.I., που σημαίνει 1,6% κάτω από την αναμενόμενη τιμή.

Το παρόν κείμενο βασίστηκε πάνω στην παρακολούθηση της πειραματικής διαδικασίας στο σχολικό εργαστήριο. Βασίστηκε επίσης στα αποτελέσματα που κατέγραψε στις σημειώσεις του ο καθηγητής Pierre Lauginie και στην εξήγηση του πειράματος που μας έστειλε. Η απόδοση των κειμένων του Pierre Lauginie και τα σχόλια πάνω στην πειραματικής διαδικασία στο σχολείο έγιναν από την Φλώρα Πάπαρου.